Lösungen zu Klausuraufgaben zur Höchstfrequenztechnik (HT)

Jede Klausur beinhaltet 3 Aufgaben. Herausgegriffen wurden hier nur 6 Aufgabentypen, obwohl es noch zahlreiche andere Aufgabentypen aus anderen Bereichen gibt, u. a. zu Lichtwellenleitern / Lasern / LWL-Systemen. Alle Lösungen enthalten hier Zusatzerläuterungen, die aber in der Klausur nicht gefragt sind. Für manche Rechnungen sollte der programmierbarer Rechner hp50 mit dem entspr. Programm HT verwendet werden.

Aufg. 1

a) Es gilt bei ebenen Wellen: $Z_0 = \sqrt{\mu/\varepsilon}$, also in den beiden Bereichen

$$Z_{01} = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 120\pi\ \Omega \approx 377\ \ \Omega \ \text{ und } \ Z_{02} = \sqrt{\mu/\varepsilon} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0(\varepsilon' - j\varepsilon'')}} = (67{,}82 + j\,41{,}91)\ \Omega .$$

b) Bei senkrechtem Einfall der Welle hat man für den Betrag des Reflexionsfaktors (unabhängig von der Polarisation)

$$|\Gamma| = \frac{|Z_{02} - Z_{01}|}{Z_{02} + Z_{01}} = 0{,}698$$

c) Leistungsreflexionsfaktor und Leistungstransmissionsfaktor folgen aus

$$|\Gamma|^2 = 0{,}488 \text{ und } 1 - |\Gamma|^2 = 0{,}512 .$$

d) Die Welle breitet sich gemäß exp(- γ z) in +z-Richtung aus. Dabei wird die Phasenkonstante ß wegen des komplexen $\underline{\varepsilon}$ ebenfalls komplex und erhält deshalb entsprechend ß $\rightarrow$ $\underline{ß}$ ebenfalls einen Strich. Das Phasenmaß

$$\gamma = j\,\underline{ß} = j\,\omega\,\sqrt{\mu\,\varepsilon} = j\,\omega\,\sqrt{\mu_0\varepsilon_0(\varepsilon' - j\varepsilon'')} = (1{,}562 + j\,2{,}527)\,10^7\ \ 1/\text{m} \underset{Definition}{=} \alpha + j\,ß$$

zerfällt dann in den Realteil α= 1,562 10^7 1/m, der die Dämpfung beschreibt und in den Imaginärteil ß= 2,527 10^7 1/m , der die Phasenkonstante bei Dämpfung angibt. Bei α z=α δ = 1 bzw. nach δ = 1/α = 64,02 nm ist das Feld auf 1/e abgefallen (Eindringtiefe).

e) Ohne Dämpfung (ε''=0, also α=0) wäre $\lambda_2 = \dfrac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon'}} = \dfrac{c_0/f}{\sqrt{\varepsilon'}} = 316$ nm .

Test zu Teilfrage b) mit Hilfe der verallgemeinerten Streuparameter:

Dieser einfache Fall eines Übergangs ohne Zwischenschicht ist nur der Sonderfall des allgemeinen Falls einer Schichtenfolge mit schräg einfallenden ebenen Wellen, die abhängig von der Polarisation der ebenen Wellen reflektieren und durch die Schichten transmittieren. In *) ist dieses Problem auf die Kettenschaltung von Leitungsvierpolen mit Generatoransteuerimpedanz Z_G und Lastimpedanz Z_L zurückgeführt worden. Hier hat man demnach gar keinen Vierpol, sondern nur ein reelles Z_G= Z_{01} und ein komplexes Z_L = Z_{02}. Da aber die Gleichungen einen Vierpol voraussetzen, setzen wir hier als Vierpol z.B. eine wirkungslose Leitung mit γL=0 und beliebigem Wellenwiderstand Zw an und berechnen dann mit TWOP [oder ebenso mit ADS, Serenade etc.] wie gewohnt die verallgemeinerten Streuparameter, aus denen Reflexion und Transmission folgen:

Dateneingabe in TWOP (wie in „Hochfrequenzelektronik mit CAD" Bd. 1 und Bd. 2 beschrieben):
DATL Zw = 50 (egal); GAL = γL = 0 (besser 1E-10); kein Vierpol, also Leitung der Länge Null
ZG= 377; ZL = 67,82 + j 41,91; Polarisation bei senkrechtem Einfall irrelevant
UAMP SCAT verallgemeinerte Streuparameter berechnen und Beträge bilden ergibt wie oben >>

1) $|s_{11G}|^2$ = 0,488 = am Eingang des Vierpols (hier Grenzschicht) reflektierter Leistungsbruchteil
2) $|s_{21G}|^2$ = G = 0,512 = Gewinn des Vierpols = in die Last Z_L (Bereich z > 0) transmittierter Leistungsbruch = Ausgangswirkleistung in Last Z_L / maximal verfügbare Generatorleistung G_m .

Die maximal verfügbare Gen.-leistung G_m erhielte man im Bereich 2 genau dann, wenn die Welle gar nicht reflektiert würde und direkt in den Bereich 2 hineinliefe. Da der Vierpol verlustfrei ist (weil er gar nicht existiert!), gilt speziell $|s_{11G}|^2+|s_{21G}|^2$ = 1. Die max. verfügbare Gen.-leistung ist in der Elektronik stets $G_m = |\underline{U}_G|^2/[4\,\mathrm{Re}(Z_G)]$ mit $\underline{U}_G$ als Generatorspannung, wobei stets der Betrag eines Phasors den Effektivwert angibt und nicht die Amplitude. All diese Zusammenhänge sind Standardgegenstand von CAD-Systemen, und sie sind in den Büchern *Hochfrequenzelektronik mit CAD Bd. 1 und 2* genauestens dargelegt. Beispiele finden sich in den entsprechenden Klausuraufgaben zu HF1 und HF2. ***)** vergl. Lit. /2/ in Schriftenreihe *Höchstfrequenztechnik und Optische Nachrichtentechnik* unter: www.prof-dr-timmermann.de/publikationen.html

Aufg. 2

a) Die Tabelle gibt die Wellentypen des Koaxialkabels an, die wie bei jedem Wellenleiter (vom Lichtwellenleiter aus Vorlesung geläufig) mit steigender Frequenz nacheinander ausbreitungsfähig werden. Die Reihenfolge liest man aus dem gegebenen Diagramm ab.

Wellentyp	**λ_k / D**
TEM-Grundwelle	unendlich; bzw. $f_c^{TEM} = 0$
H_{11}	2,3
H_{21}	1,2
H_{31}	0,8
E_{01}	0,58
H_{01}, E_{11}	0,57

b) $f_c^{H11} = 46$ GHz ; d/D = 0,43; λ_k / D = 2,3 ;

mit $\lambda_k = c_0 / f_c^{H11}$ wird $D = \dfrac{c_0 / f_c^{H11}}{2{,}3} = 2{,}84$ mm ;

dann ist d= 0,43 D = 1,22 mm

c) Laut Vorlesung gilt für die Grenzfrequenz der H_{11}-Welle im Rundhohlleiter

$$f_c^{H11} = \frac{x_{11}'}{2\pi a\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{c_0}{a}\cdot\frac{x_{11}'}{2\pi} = \frac{c_0}{D}\cdot\frac{x_{11}'}{\pi} \quad .$$

Bei *H-Wellen* sind die Nullstellen der *Ableitung* der Besselfunktionen maßgebend. Hier ist x_{11}' die 1. Nullstelle der Ableitung der Besselfunktion 1. Ordnung entspr. $J_1'(x_{11}'=1{,}84) = 0$. Mit $\lambda_k^{H11}=c_0/f_c^{H11} = D\,\pi/x_{11}'$ wird $\lambda_k^{H11}/D = \pi/x_{11}' = \pi/1{,}84 = 1{,}707$. Aus dem gegebenen Diagramm liest man für diesen Sonderfall des Koaxialkabels ohne Innenleiter (=Rundhohlleiter) im Rahmen der Ablesegenauigkeit mit $\lambda_k^{H11}/D \approx 1{,}7$ etwa dasselbe Ergebnis ab.

Anmerkung: In der elektronischen Meßtechnik mit Koaxialkabeln ist also ganz genau darauf zu achten, daß die Kabel noch im Monomodebereich arbeiten. Die Hersteller spezifizieren den Monomodebereich im Prinzip entspr. obigen Überlegungen. Je größer das Verhältnis von Querabmessung zu Wellenlänge ist, um so weiter verschiebt sich dann die Grenzfrequenz der H_{11}-Welle zu tieferen Frequenzen und schränkt so den Monomodebereich der TEM-Grundwelle immer weiter ein. Diese Erkenntnis ist nichts Neues. Sie gilt qualitativ für alle metallischen Wellenleiter. Bei *dielektrischen* Wellenleitern kommt es neben dem Verhältnis Querabmessung zu Wellenlänge dagegen *zusätzlich* noch auf die Brechzahldifferenz an. Dann bestimmt der V-Parameter, der beide Einflußgrößen enthält, ob der Wellenleiter im Monomodebetrieb arbeitet oder nicht: Beim Stufenprofil-Lichtwellenleiter muß für Monomode-Betrieb dann $V = 2\pi\, NA\, a/\lambda_0 < 2{,}405$ sein mit $NA = [n_1^2 - n_2^2]^{1/2}$ als numerische Apertur und a/λ_0 als Verhältnis von Kernradius zu Vakuumwellenlänge. Dabei ist x_{01} mit $J_0(x_{01}= 2{,}405) = 0$ die 1. Nullstelle der Besselfunktion 0-ter Ordnung.

Aufg. 3

Das optische System ist hier folgendermaßen spezialisiert: **1) analoges System**, also kein digitales System mit der Bitfehlerwahrscheinlichkeit BER als Qualitätsmaß, sondern ein analoger Empfänger mit S/N als Qualitätsmaß. Das analoge System könnte dann z.B. mit einem FM- / AM-Empfänger etc. ausgestattet sein. Hier wird so spezialisiert, daß **2) gar kein elektrischer Modulator** vorkommt. Das harmonische Signal wird also direkt an der Licht-Strom-Kennlinie von Laser / LED gespiegelt. **3) PIN-Photodiode**: Der allgemeine Fall einer APD wird auf eine PIN-Photodiode spezialisiert. Damit lautet das Signal-zu-Rausch-Verhältnis des harmonischen Signals

$$\frac{S}{N} = \frac{Signaleffektivwertquadrat}{Schrotrauscheff.wertquadrat\ \ incl.\ \ Multipl.-rauschen + Verst.rauscheff.wertquadrat}$$

$$= \frac{[mM\, I_0/\sqrt{2}]^2}{2e(I_0+I_D)B_H M^2 F_e(M) + \overline{I_{äg}^2}} \overset{PIN:\,M=1}{\underset{also\ auch\ Fe=1}{=}} \frac{[m\, I_0/\sqrt{2}]^2}{2e(I_0+I_D)B_H + \overline{I_{äg}^2}} = \frac{[m\, E P_0/\sqrt{2}]^2}{2e(E P_0+I_D)B_H + \overline{I_{äg}^2}} \quad \text{mit}$$

E = I_0/P_0 = Empfindlichkeit

I_0 = DC-Primärphotostrom

P_0 = optische DC-Leistung

M = Multiplikationsfaktor der APD; hier also für PIN: M = 1, also F_e= 1 (vergl. Aufg. 5)
$F_e(M)$ = Zusatzrauschfaktor der APD, abhängig von M und vom Ionisierungsverhältnis k
m = Modulationsindex, mit dem die Licht-Strom-Kennlinie ausgesteuert wird
I_D = Dunkelstrom
B_H = HF-Bandbreite, in die das Rauschen um die Arbeitsfrequenz f_0 einfällt

$\overline{I^2_{äg}} = \int_{fo-B_H/2}^{fo+B_H/2} (a+b\,f^2)\,df$ = Effektivwertquadrat des äquivalentes Rauschstromes

Dabei sind a und b die Koeffizienten eines quadratisch ansteigenden Rauschspektrum $a+bf^2$, das alle Verstärkerrauschquellen in einer äquivalenten Ersatzrauschquelle parallel zur Photostromquelle I_0 zusammenfaßt. Diese Koeffizienten a und b können für einen Transimpedanzverstärker entspr. Hochfrequenzelektronik mit CAD Bd. 2, S. 180 abgeschätzt werden.

b) Nun wird der optische Empfänger weiter spezialisiert:
4) I_D >> I_0 : Der Photostrom sei also klein gegenüber dem Dunkelstrom, was nicht unbedingt erfüllt ist. Löst man obige Gleichung dann nach P_0 auf, folgt

$$P_0 = \frac{1}{m\,E}\sqrt{2\,\frac{S}{N}\left[2eI_D\,B_H + \overline{I^2_{äg}}\right]}.$$

c) Nun wird mit der Spezialisierung **5) b = 0** ‚weißes Rauschen' angenommen, eine Annahme, die bei optischen Empfängern in der Nachrichtentechnik meistens nicht erfüllt ist, es sei denn, man beschränkt sich bei guten optischen Vorverstärkern auf Frequenzen unterhalb von einigen 10 kHz. Unter dieser in der Regel unrealistischen Annahme eines frequenzunabhängigen Rauschspektrums liefert die Aufintegration des Rauschspektrums sofort

$\overline{I^2_{äg}} = a\,B_H$; *Anm.*: Transimpedanzverstärker mit R_f als Transimpedanz: a = 4KT/R_f

Setzt man $\overline{I^2_{äg}}$ in obigen Ausdruck für P_0 ein, kann in obigem Ausdruck $B_H^{1/2}$ ausgeklammert werden. Nun wird weiter spezialisiert: **6) m = 1** , also 100 % Modulationsgrad und **7) S/N = 1** , also ein Störabstand von Eins. Damit läßt sich folgender Ausdruck hinschreiben:

$$\frac{P_0}{\sqrt{B_H}} \underset{Def.}{=} NEP = \frac{1}{E}\sqrt{2(2eI_D + a)}\ .$$

Diese mit NEP [noise equivalent power] definierte Größe stellt also nichts anderes als einen 7-fach in die Tiefe gestaffelten Sonderfall eines optischen *Geradeausempfängers* dar, bei dem die Photodiode die Lichtleistung (Intensität) proportional in einen Photostrom umwandelt. Ein Homodyn- oder Heterodyn-Empfänger mit direkter Demodulation von Signalen, die den Feldstärken aufmoduliert sind, liegt ohnehin nicht vor. Zerlegt man trotz dieser zahllosen Einschränkungen obigen Ausdruck entspr. $NEP^2 = NEP^2_{PIN} + NEP^2_{Verst.}$, folgt mit den angegebenen Zahlen:

$$NEP_{PIN} = \frac{2}{E}\sqrt{eI_D} = 5{,}06\cdot 10^{-14}\,W/\sqrt{Hz} \quad \text{und} \quad NEP_{Verst.} = \frac{1}{E}\sqrt{2\,a} = 3{,}58\cdot 10^{-13}\,W/\sqrt{Hz}\ .$$

Solche NEP-Einfachangaben findet man manchmal in Datenblättern. Diese Klausuraufgabe dient nur dazu, hierzu einen Anschluß zu finden und aufzuzeigen, welche drastischen Annahmen dem zugrunde liegen. In der Praxis nimmt man natürlich die eingangs erwähnte S/N-Formel und wertet sie aus. Im Falle einer APD ergibt sich mit Fe(M) dann auch ein optimales M_{opt} für maximales S/N (vergl. dazu Aufg. 5). All diese Erkenntnisse und Hintergründe versinken bei dem einfachen NEP-Begriff in den vielen unrealistischen Annahmen, die letztlich unnötig sind, weil obige allgemeingültige S/N-Formel zur Verfügung steht.

Aufg. 4

Für einen metallischen *Rund*hohlleiter mit dem Durchmesser 2a und Wellenausbreitung gemäß exp(-jßz) in z-Richtung lautet die Separationsbedingung

$$\omega^2 \mu\varepsilon = K_\rho^2 + \beta^2 \quad \text{mit} \quad K_\rho = x_{lp}^{(\prime)} / a ,$$

wobei für E_{lp}-Wellen mit x_{lp} die p-te Nullstelle der Besselfunktion l-ter Ordnung einzusetzen ist und für H_{lp}-Wellen mit x_{lp}' die p-te Nullstelle der Ableitung der Besselfunkton l-ter Ordnung. Im Falle des metallischen *Rechteck*hohlleiters mit den Kantenlängen (a,b) ist in der Separationsbedingung entsprechend $K_\rho^2 \to k_x^2 + k_y^2$ zu substituieren. Damit die H_{mn}- und E_{mn}-Wellen (TE_{mn} -, TM_{mn}-Wellen) die Randbedingungen erfüllen, muß zunächst einmal $k_x = m\pi / a$ und $k_y = n\pi / b$ gelten. Dann hat man m stehende Wellen in x-Richtung und n stehende Wellen in y-Richtung. Alle drei Raumrichtungen (x,y,z) sind dabei kartesisch. Würde beim Rechteckhohlleiter bei z=0 und bei z=c zusätzlich eine Metallplatte angebracht, müßte aus Symmetriegründen für diesen Hohlraumresonator auch für die z-Richtung entsprechend $\beta \to q\pi / c$ substituiert werden, und man hat dann q stehende Wellen in z-Richtung. Beim *Rund*hohlleiter mit Platten an den Enden bei z=0 und z=c ändert sich an dieser Substitution $\beta \to q\pi / c$ nichts, weil dort die z-Richtung auch kartesisch ist (keine Krümmung in z-Richtung). Setzt man die Substitution in die Separationsbedingungen ein, wird

$$\omega^2 \mu\varepsilon = [m\pi / a]^2 + [n\pi / b]^2 + [q\pi / c]^2$$ Rechteckresonator: Kantenlängen a,b,c

und

$$\omega^2 \mu\varepsilon = \left[x_{lp}^{(\prime)} / a\right]^2 + [q\pi / c]^2$$ zylindrischer Resonator: Durchmesser 2a

Diese Gleichung ist für gegebene Geometriegrößen und gegebene Ordnung der Wellen nur für eine bestimmte Frequenz $f = f_r$ erfüllt. Dies sind die Resonanzfrequenzen $f_r^{Hmnq,Emnq}$ der H_{mnq} - oder E_{mnq}-Eigenwellen des Rechteckresonators bzw. die Resonanzfrequenzen $f_r^{Hlpq,Elpq}$ der H_{lpq} – und E_{lpq} –Eigenwellen des zylindrischen Resonators. Die Auflösung der Gleichungen nach diesen Resonanzfrequenzen $f = f_r$ ergibt direkt

$$f_r^{Hmnq,Emnq} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}} \sqrt{[m\pi / a]^2 + [n\pi / b]^2 + [q\pi / c]^2}$$ Rechteckresonator

$$f_r^{Hlpq,Elpq} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}} \sqrt{\left[x_{lp}^{(\prime)} / a\right]^2 + [q\pi / c]^2}$$ zylindrischer Resonator

Bekannt ist aus der Vorlesung Höchstfrequenztechnik, daß der Ordnungsindex Null dabei nicht immer möglich ist. Darauf soll hier aber nicht weiter eingegangen werden. Im übrigen haben beim Rechteckresonator die H_{mnq} - und E_{mnq}- Feldverteilungen bei gleichem Ordnungstripel (m,n,q) auch die gleiche Resonanzfrequenzen. Der Grund ist, daß die Eigenfunktionen und deren Ableitungen beim Rechteckproblem nur einfache trigonometrische Funktionen sind, die auch nach der Ableitung bis auf eine Verschiebung um π/2 dieselben Nullstellen liefern. Das ist bei den Besselfunktionen im zylindrischen Problem ganz anders, denn nach der Ableitung der Besselfunktionen ergeben sich ganz neue Nullstellen, die nicht nur verschoben sind. Deshalb sind bereits die Grenzfrequenzen im Rundhohlleiter für E_{lp}- und für H_{lp}-Wellen bei gleichem (l,p) verschieden. Daraus folgt dann unmittelbar, daß hier die Resonanzfrequenzen der E_{lpq} - und H_{lpq}- Feldverteilungen des zylindrischen Resonators bei gleichem Ordnungstripel (l,p,q) unterschiedlich sind. Da aber die Nullstellen $x_{lp}^{(\prime)}$ bekannt sind (z.B. Abramowitz, Handbook of Mathematical Functions), lassen sich die Resonanzfrequenzen sofort errechnen, worauf hier verzichtet wird. Obige Formeln findet man oft als 0-te Näherung für die Resonanzfrequenzen bei Patchantennen oder auch bei dielektrischen Resonatoren mit zylindrischer Geometrie.

Aufg. 5

Die Gleichungen nach Aufg. 3 werden hier übernommen und gleichzeitig in normierter Form dargestellt [vergl. Vorlesung Höchstfrequenztechnik HT bzw. Buch „Lichtwellenleiterkomponenten- und Systeme“, Vieweg, siehe Lit. /3/ bei *Monographien, Lehrbücher und Broschüren* unter www.prof-dr-timmermann.de/publikationen.html]:

$$\frac{S}{N}=\frac{Signaleffektivwertquadrat}{Schrotrauscheff.wertquadrat\ \ incl.\ \ Multipl.-rauschen+Verst.rauscheff.wertquadrat}$$

$$=\frac{[mM\,I_0/\sqrt{2}]^2}{2e(I_0+I_D)B_H M^2 F_e(M)+\overline{I_{äg}^2}}\ \underset{Form}{\overset{in\ normierter}{=}}\ \frac{S_Q}{F_A}\qquad \text{mit } S_Q=\frac{[m\,I_0/\sqrt{2}]^2}{2e(I_0+I_D)B_H}\ \text{ und}$$

$F_A=F_e+\dfrac{N_v}{M^2}$ Verschlechterungsfaktor von S/N gegenüber Bestwert S_Q

$F_e=k\,M+(2-\dfrac{1}{M})\cdot(1-k)$ Zusatzrauschfaktor durch ungeordnete Multiplikation bei APD

$N_v=\dfrac{\overline{I_{äg}^2}}{2e(I_0+I_D)B_H}$ (auf Quantenrauschen) normiertes Verstärkerrauschen

$\overline{I_{äg}^2}=\displaystyle\int_{fo-B_H/2}^{fo+B_H/2}(a+b\,f^2)\,df$ äquivalentes Verstärkerrauschen (Effektivwertquadrat) mit Koeffizienten $a = 4KT/R_f$; $b = 16\,\pi^2\,KT\,R_n\,C_t^2$ (laut Vorl.); wegen Basisbandübertragung gilt: $f_0 = B_H/2$

Setzt man $F_e(M)$ in obigen S/N-Ausdruck in der *nicht normierten* Form ein und differenziert nach M, ergibt sich ein optimaler Multiplikationsfaktor M_{opt}, für den S/N maximal wird. Dabei entsteht eine kubische Gleichung mit einer geschlossenen, exakten Lösung für M_{opt} und eine sehr einfache Näherung für M_{opt}, die aber nur für $M_{opt} >> 1$ anwendbar ist:

$$M_{opt,exakt}=2\cdot\left[\frac{1-k}{3k}\right]^{1/2}\cdot\sinh\left[\frac{1}{3}\cdot\ln\left[\delta+\sqrt{1+\delta^2}\right]\right]\quad \text{mit } \delta=\mathrm{N_v}\sqrt{\frac{27\,\mathrm{k}}{(1-\mathrm{k})^3}}\quad \text{und die Näherung}$$

$$M_{opt,genähert}\approx\left[\frac{2N_v}{k}\right]^{1/3}\ \text{für } M_{opt}\ >>\ 1.$$ **Die Zahlenergebnisse für die Klausur lauten** >>>

a) a = 1,602 E-27 A^2/Hz ; b = 2,530 E-39 $A^2/(Hz)^3$ und damit $\sqrt{\overline{I_{äg}^2(t)}}$ = 49,45 pA/$\sqrt{Hz}$;

b) S_Q = 3160 ; c) $M_{opt,exakt}$ = 1,47; M_{opt} >>1 nicht erfüllt; Näherung $M_{opt,genähert}\approx$ 3,70 ungültig.

d) PIN (M=1): F_A = 1,763; N_v= 0,7632; S/N = 1792

APD bei $M_{opt,exakt}$: F_A = 1,677; N_v= 0,7632; S/N = 1884; APD lohnt sich nicht !

Das S/N für APD bei $M_{opt\ exakt}$ ist nur um 10log(1884/1792) dB = 0,217 dB besser als das S/N mit PIN-Photodiode. Der enorme Aufwand der APD lohnt sich in *diesem* Falle nicht. Bei FM wäre die Situation anders. Man kann dann obige Formeln zur Berechnung von $S/N_{carrier}$ des unmodulierten FM-Trägers nehmen. Dann ist für f_0 die FM-Trägerfrequenz und für B_H die HF-Bandbreite des FM-Systems um f_0 einzusetzten, z.B. $B_H = 2\,[\Delta f + (1..2)\,B_{NF}]$ mit Δf als Frequenzhub und B_{NF} als NF-Bandbreite [Der Faktor 1..2 richtet sich nach den zulässigen Nichtlinearitäten, die sich bei FM stets durch das Abschneiden von Teilen der FM-Seitenbänder ergeben, deren Höhe selbst durch Besselfunktionen bestimmt ist]. Im 2. Schritt kann aus $S/N_{carrier}$ laut Vorlesung HT der Störabstand des *demodulierten* Signals berechnet werden. Bei FM lohnt sich dann in der Regel eine APD, weil wegen der großen Bandbreite dann das Verstärkerrauschen und damit N_v groß wird. Großes N_v führt je nach k-Wert dann auch zu M_{opt} >> 1, wie die dann gültige M_{opt}-Näherung zeigt. Großes N_v (vergl. N_v-Formel) erhält man für Systeme, die letztlich mit wenig Photostrom I_0 und/oder mit hohem Verstärkerrauschen arbeiten können, z.B. bei FM oder *qualitativ* erst recht bei PCM. Nur sind bei PCM die Formeln laut Vorlesg. HT völlig anders.

Aufg. 6

a) Nach Klausuraufgabe 1 breitet sich die Welle ab z=0 gemäß exp(- γ z) in +z-Richtung aus, wobei gilt

$$\gamma = j\,\underline{\beta} = j\,\omega\,\sqrt{\mu\,\varepsilon} = j\,\omega\,\sqrt{\mu\varepsilon_0(\varepsilon' - j\varepsilon'')}\,.$$

b) Bei sehr starken Verlusten ist $\varepsilon'' >>> \varepsilon'$. Damit wird

$$\gamma = j\,\underline{\beta} \approx j\,\omega\,\sqrt{-j\,\mu\varepsilon_0\,\varepsilon''}\,.$$

c) Bei Metall gilt nach Vorl. HF1 $\varepsilon'' = \sigma/(\omega\,\varepsilon_0)$. Mit $\sqrt{-j} = (1-j)/\sqrt{2}$ folgt dann

$$\gamma = j\,\underline{\beta} = j\omega\sqrt{\mu\varepsilon_0}\cdot\sqrt{\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0}}\cdot\frac{1-j}{\sqrt{2}} \underset{Def.}{=} \alpha + j\beta \text{ mit } \alpha = \beta = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}\,.$$

d) In der z-Abhängigkeit der Feldverteilungen gemäß exp(- γ z) = exp(- α z) exp(- jβ z) hat man dann einen Dämpfungsterm, aus dem für α z = α δ_s = 1 der Abfall der Feldstärke auf 1/e folgt. Damit lautet die Formel für die Eindringtiefe bei Metall

$$\delta_s = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \qquad \text{Skineindringtiefe, vergl. auch Vorl. HF1}$$

Diese Situation sehr starker Dämpfung mit $\alpha = \beta$ tritt ebenso bei RC-Kettenleitern auf, aber auch bei ebenen Wärmewellen, für die in *Hochfrequenzelektronik mit CAD, Bd. 1, Anhang WL*, ein RC-Kettenleiter als Ersatzbild angegeben ist. Temperaturschwankungen mit ω fallen demnach nach der Eindringtiefe

$$\delta_s = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2\lambda_w}{\omega c \rho}} \qquad \text{mit } \lambda_w = \text{Wärmeleitfähigkeit, } c = \text{spezifische Wärme, } \rho = \text{Stoffdichte.}$$

auf 1/e ab. Für Details zum RC-Kettenleiter wird auf den ausführlichen Beitrag /9/ verwiesen, der in der Schriftenreihen *Hochfrequenztechnik und Hochfrequenzelektronik* unter www.prof-dr-timmermann.de/publikationen.html aufgeführt ist.