

3.4 Rauschvierpol, Rauschzahl und Störabstand rauschender Vierpole

3.4.1 Allgemeines

Im vorherigen Kapitel wurde bereits eine Ersatzquelle für einen Vierpol berechnet. Dabei war aber auf den Sonderfall $Z_G=0$ spezialisiert worden: Es lag eine Ansteuerung mit Spannungsquelle \underline{U}_G vor. Die Ersatzquelle \underline{U}_r ist dann nur von den Vierpoleigenschaften abhängig und nicht von Z_G . Wenn in Bild 3.10 zusätzlich in Serie zu \underline{U}_G eine endliche Generatorimpedanz Z_G eingefügt würde, könnte man die Rechnung analog durchführen. Die Ersatzrauschquelle würde dann aber von dieser Impedanz Z_G abhängen. Damit wäre die Ersatzquelle keine reine Vierpoleigenschaft mehr.

Das Ziel besteht nun darin, dem rauschenden Vierpol in Bild 3.12 a eine Rauschersatzanordnung vorzuschalten, die allein von den Vierpoleigenschaften und nicht von Z_G abhängt. Diese in Bild 3.12b gezeigte Anordnung benötigt zusätzlich eine Ersatzrauschstromquelle \underline{I}_r und heißt **Rauschvierpol**. Der Rauschvierpol in Kette mit dem rauschfreien Vierpol verhält sich dann für jede beliebige Beschaltung des Vierpols ebenso wie der Vierpol mit seinen intern wirkenden Rauschquellen.

Wenn der rauschfreie Vierpol mit seinen s-Parametern und der Rauschvierpol mit seinen noch zu bestimmenden Rauschquellen \underline{U}_r und \underline{I}_r bekannt wäre, könnte man nun im nächsten Schritt analog zur Signalanalyse diese rauschfreien Vierpole mit ihrem jeweils vorgeschalteten Rauschvierpol vernetzen und zum Schluß einen rauschfreien Gesamtvierpol mit einem vorgeschalteten Gesamttrauschvierpol bestimmen. Auf diese Weise gelangt man zu einer Systematik in der Rauschanalyse. Schaltet man in dieser Theorie die Rauschquellen wieder ab, reduziert sich das Verfahren auf die Vierpoltheorie nach Kapitel 2.

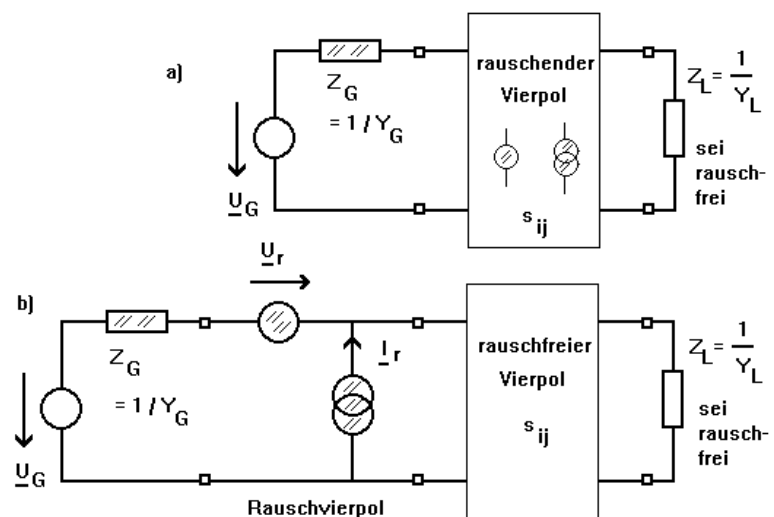


Bild 3.12 Einführung eines Rauschvierpols

- Rauschender Vierpol
- Darstellung der internen Rauschquellen des Vierpols durch einen Ersatzrauschvierpol (Rauschvierpol)

Die Realisierung dieser Idee ist z.B. in CAD-Systemen wie SUPERCOMPACT, ADS und für kleine Anwendungen in TWOP implementiert. Um solche Systeme richtig und qualifiziert nutzen zu können, ist ein klares Verständnis der Methoden und Begriffe in der Rauschanalyse notwendig.

Im folgenden sollen daher folgende Themen besprochen werden:

- Darstellung des Rauschvierpols durch nichtkorrelierte Quellen plus Korrelationsleitwert
- Beispielhafte Bestimmung des Rauschvierpols bei einem Vierpol mit physikalischen Rauschmodellen
- Meßtechnische Bestimmung des Rauschvierpols (analog zur s-Parametermeßtechnik)
- Vernetzung rauschender Vierpole
- Einführung der Rauschzahl und Störabstandsberechnung

Für die Punkte c) und d) wird auf den Anhang verwiesen.

3.4.2 Rauschvierpoldarstellung mit nichtkorrelierten Quellen und Korrelationsleitwert

Wenn anders als in Bild 3.13a mit einer *idealen Spannungsquelle* ($Z_G=0$) angesteuert würde, läge $\underline{U}_G - \underline{U}_r$ parallel zu \underline{I}_r . Die Rauschstromquelle \underline{I}_r fiel dann nach Bd.1, Anhang G, Kap. 3.4 a) und b) weg. Dieser Sonderfall wurde schon in Kap. 3.3.2 behandelt. Wenn in Bild 3.13a umgekehrt mit einer *idealen Stromquelle* angesteuert würde, wäre die dazu in Serie liegende Rauschspannungsquelle \underline{U}_r wirkungslos. Hier wird nun die allgemeine Ansteuerung mit U_G, Z_G diskutiert. Wir beweisen zunächst, daß Teilbild 3.13b) mit Teilbild a) gleichwertig ist für

$$\underline{I}_r' = \underline{I}_r + Y_k \underline{U}_r \quad (3.37)$$

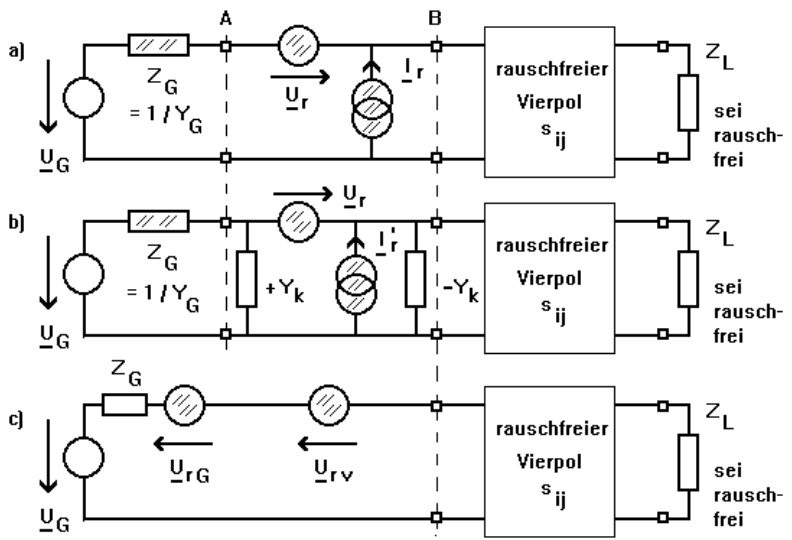


Bild 3.13 a) Rauschvierpol mit teilkorrelierten Quellen
 b) Rauschvierpol mit nichtkorrelierten Quellen plus Korrelationsleitwerte $\pm Y_k$
 c) Verstärkerrauschquelle U_{rv} nach Ersatzzweipolbildung bei B nach links und Rauschquelle U_{rG} von $Re(Z_G)$

Wenn der hier eingeführte **Korrelationsleitwert** Y_k den speziellen Wert nach (3.38) annimmt, sind \underline{I}_r' und \underline{U}_r **unkorreliert**. Der Wert Y_k ist ein Maß für die Verwandtschaft zwischen den Quellen I_r und U_r .

$$Y_k = \frac{-\underline{I}_r \cdot \underline{U}_r^*}{|\underline{U}_r|^2} = \frac{-d[\underline{I}_r \cdot \underline{U}_r^*]}{df} \bigg/ \frac{d|\underline{U}_r|^2}{df} \quad (3.38)$$

Zum Beweis verschiebt man die Quelle \underline{U}_r in Bild 3.13b nach links in Richtung $+Y_k$ und Z_G (vergl. Band 1, Anhang G, Bild G.15). Dann entsteht Bild 3.14 a. Die Umwandlung der Serienanordnung \underline{U}_r mit $+Y_k$ in eine Parallelanordnung liefert Bild 3.14 b. Nun heben sich die Leitwerte weg, und die Zusammenfassung der Stromquellen in Bild 3.14 c) ergibt (3.37). Wir wählen die rauschfreie Größe Y_k jetzt gerade so, daß $(\underline{I}_r', \underline{U}_r)$ unkorreliert sind:

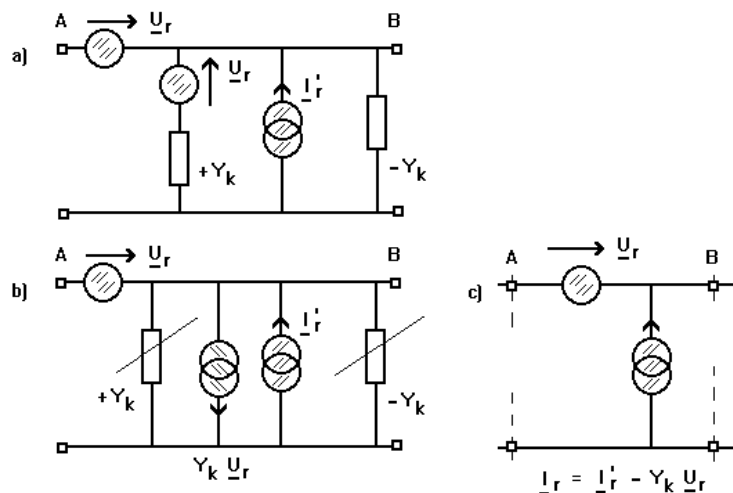


Bild 3.14 Zum Beweis von Gleichung (3.37) und (3.38)

Nach (3.35) ist \underline{I}_r' mit \underline{U}_r dann unkorreliert, wenn $\underline{I}_r' \underline{U}_r^* = 0$ wird. Setzt man hier (3.37) ein, gilt: $0 = \underline{I}_r' \underline{U}_r^* = (\underline{I}_r + Y_k \underline{U}_r) \underline{U}_r^* = \underline{I}_r \underline{U}_r^* + Y_k \underline{U}_r \underline{U}_r^* = \underline{I}_r \underline{U}_r^* + Y_k |\underline{U}_r|^2 \rightarrow Y_k = -\underline{I}_r \underline{U}_r^* / |\underline{U}_r|^2$ q.e.d.

Die bisherigen Ergebnisse lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

- Der Rauschvierpol läßt sich durch teilkorrelierte Quellen ($\underline{U}_r, \underline{I}_r$) oder durch nichtkorrelierte Quellen ($\underline{U}_r, \underline{I}_r'$) plus Korrelationsleitwerte $\pm Y_k$ darstellen.
- Alle Rauschvierpoldaten hängen (wie s-Parameter) von Frequenz und ggf. Arbeitspunkt ab.
- Rauschvierpole lassen sich a) messen, b) aus den Rauschquellen errechnen oder c) bei passiven, thermisch rauschenden Vierpolen sogar aus den s_{ij} vorhersagen (vergl. Kap 3.7.2).

3.4.3 Rauschzahl und Störabstand bei Schmalbandrauschen

Wir bilden nun in Bild 3.13 a) bei B den in Teilbild c) gezeigten Ersatzzweipol nach links. Der Innenwiderstand ist Z_G . Zur Leerlaufspannung trägt die Generatorspannung \underline{U}_G bei, die Rauschspannung \underline{U}_{rG} von Z_G und die Rauschspannungsquelle \underline{U}_{rV} , die den Einfluß des Verstärkerrauschens zusammenfaßt. Teilbild a) liefert sofort $\underline{U}_{rV} = \underline{I}_r Z_G - \underline{U}_r$.

Löst man (3.37) nach \underline{I}_r auf und setzt in \underline{U}_{rV} ein, folgt (3.39 a). Bei der Betragsquadratbildung nach (3.39 b) fallen nun die Mischprodukte weg, weil die Quellen \underline{I}_r' und \underline{U}_r unkorreliert sind. Die Spektren nach (3.39 c) bekommt man nach dem in Kap. 3.3.2 Punkt 5) erklärten Verfahren durch Anfügen der Differentiale. $d|\underline{U}_{rV}|^2/df$ hängt von Z_G ab!

$$\begin{aligned} \underline{U}_{rV} &= \underline{I}_r Z_G - \underline{U}_r = \underline{I}_r' Z_G - (1 + Y_k Z_G) \cdot \underline{U}_r & (a) \\ |\underline{U}_{rV}|^2 &= |\underline{I}_r'|^2 |Z_G|^2 + |1 + Y_k Z_G|^2 \cdot |\underline{U}_r|^2 & (b) \\ \frac{d|\underline{U}_{rV}|^2}{df} &= |Z_G|^2 \frac{d|\underline{I}_r'|^2}{df} + |1 + Y_k Z_G|^2 \frac{d|\underline{U}_r|^2}{df} & (c) \end{aligned} \quad (3.39)$$

Bei der Generatorimpedanz $Z_G = \text{Re}(Z_G) + j\text{Im}(Z_G)$ rauscht der Realteil wie ein Ohmscher Widerstand. Mit $R = \text{Re}(Z_G)$ in (3.33) hat man ein **Wärmerauschen von Z_G** nach (3.40).

$$\frac{d|\underline{U}_{rG}|^2}{df} = 4KT \cdot \text{Re}(Z_G) \quad (3.40)$$

Die Rauschquellen \underline{U}_{rV} und \underline{U}_{rG} sind unkorreliert. Man kann daher in Bild 3.13 c die Wirkungen durch Addition der Betragsquadrate oder der Spektren zusammenfassen. Dann folgt der analog zu (3.36) im schmalen Band Δf definierte **Störabstand S/N_{mit} mit Vierpolrauschen**

$$S/N_{\text{mit}} = \frac{|\underline{U}_G|^2}{|\underline{U}_{\text{rausch}}|^2} = \frac{|\underline{U}_G|^2}{|\underline{U}_{rG}|^2 + |\underline{U}_{rV}|^2} = \frac{|\underline{U}_G|^2}{\left(\frac{d|\underline{U}_{rG}|^2}{df} + \frac{d|\underline{U}_{rV}|^2}{df} \right) \Delta f} \stackrel{(3.39), (3.40)}{=} \stackrel{(3.43)}{=} \frac{P_{G\text{max}}}{KT \cdot \Delta f \cdot F(Z_G)} \quad (3.41)$$

Dabei ist $P_{G\text{max}} = |\underline{U}_G|^2 / [4\text{Re}(Z_G)]$ die maximal verfügbare Generatorleistung. Gleichung (3.41) bekommt man durch Einsetzen von (3.39), (3.40) und (3.43). Dabei ist $Z_G = 1/Y_G$. Die durch (3.43) definierte **Rauschzahl $F(Z_G)$** gibt den Verschlechterungsfaktor des Störabstandes S/N_{mit} mit Vierpolrauschen gegenüber dem bestmöglichen **Störabstand S/N_{ohne} ohne Vierpolrauschen** an. Für $F=1$ ist $S/N_{\text{mit}} = S/N_{\text{ohne}}$. Insgesamt gilt:

$$S/N_{\text{ohne}} = \frac{|\underline{U}_G|^2}{|\underline{U}_{\text{rausch}}|^2} = \frac{|\underline{U}_G|^2}{|\underline{U}_{rG}|^2} = \frac{|\underline{U}_G|^2}{\left(\frac{d|\underline{U}_{rG}|^2}{df} \right) \cdot \Delta f} = \frac{P_{G\text{max}}}{KT \cdot \Delta f} \quad (3.42)$$

$$\begin{aligned} F(Z_G) &= \frac{S/N_{\text{ohne}}}{S/N_{\text{mit}}} = \frac{|\underline{U}_{rG}|^2 + |\underline{U}_{rV}|^2}{|\underline{U}_{rG}|^2} = \frac{\frac{d|\underline{U}_{rG}|^2}{df} + \frac{d|\underline{U}_{rV}|^2}{df}}{\frac{d|\underline{U}_{rG}|^2}{df}} \\ &= 1 + \frac{1}{4KT \cdot \text{Re}(Z_G)} \left[|Z_G|^2 \frac{d|\underline{I}_r'|^2}{df} + |1 + Y_k Z_G|^2 \frac{d|\underline{U}_r|^2}{df} \right] \\ &= 1 + \frac{1}{4KT \cdot \text{Re}(Y_G)} \left[\frac{d|\underline{I}_r'|^2}{df} + |Y_G + Y_k|^2 \frac{d|\underline{U}_r|^2}{df} \right] \end{aligned} \quad (3.43)$$

- 1) Der Vierpol ist für festen Arbeitspunkt und feste Frequenz durch die Spektren $d|\underline{U}_r|^2/df$ und $d|\underline{I}_r'|^2/df$ und den komplexen Korrelationsleitwert Y_k vollständig vom Rauschen her beschrieben. Die Angabe einer Rauschzahl F für ein bestimmtes Z_G ist eine einzige Information, die im allgemeinen nicht genügt. Steuert man aber mit eben diesem Z_G an, gibt die Rauschzahl direkt den Störabstandsverschlechterungsfaktor an.
- 2) Die Rauschzahl $F(Z_G)$ hängt immer von Z_G (und nicht von Z_L) ab. Mit Meßwertepaaren $F(Z_G)$ gestattet (3.43) die Rauschvierpolbestimmung (die beiden Spektren und Y_k).
- 3) Ein verlustloses Eingangsanpaßnetzwerk ändert nur Z_G und somit $F(Z_G)$, aber nicht $P_{G\text{max}}$; S/N_{mit} nach (3.41) ist daher nur durch $P_{G\text{max}}$, F und Δf bestimmt und wird bei F_{min} maximal