

2.2 Transistoren im Kleinsignalbetrieb

2.2.1 Bipolartransistoren

a) Arbeitspunkt und Kleinsignalbetrieb

Ein Transistor nach Bild 2.10 a) ist ein nichtlineares Bauelement. Wir gehen im folgenden stets davon aus, daß der Transistor durch entsprechende Beschalungselemente eingestellt ist auf einen bestimmten

*Arbeitspunkt mit
Gleichströmen I_B - und I_C - und
Gleichspannungen U_{BE} - und U_{CE} -.*

a) Bipolartransistor b) Keinsignalersatzbild c) Standardbezeichnungen

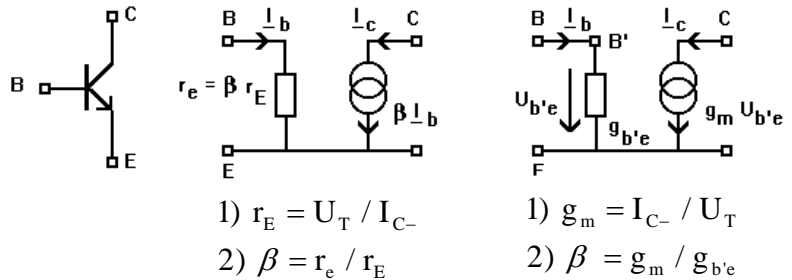


Bild 2.10 a) Bipolartransistor
b) einfachstes Kleinsignalersatzbild
c) zu b) gleichwertiges Ersatzbild

Für kleine Aussteuerungen um diesen Arbeitspunkt herum lassen sich alle Beziehungen für die Ströme und Spannungen linearisieren. Dies gilt auch unter kompliziertesten Bedingungen und bei höchsten Frequenzen. Dann beschreiben die Vierpolparametergleichungen nach (2.1) bis (2.6) oder nach (2.9) die Verhältnisse beim Transistor exakt. Alle Vierpolparameter hängen ab von der Frequenz f und von obigen 4 Arbeitspunktswerten I_B -, I_C -, U_{BE} - und U_{CE} -.

Alle Vierpolparametertypen sind gleichwertig. Es gibt aber je nach physikalischer Situation des betrachteten Elementes oft eine Vierpolart, bei der die Vierpolparameter eine direkte physikalische Interpretation zulassen.

Bei Transistoren lassen die y-Parameter eine physikalische Interpretation zu

Wenn man sich nicht für physikalische Interpretationen interessiert, kann man auch direkt aus den s-Parametern alle Strom-Spannungsverhältnisse errechnen. Dies wurde gerade im letzten Kapitel 2.1.11 b) an einem Beispiel gezeigt.

Physikalische Hintergründe beginnen aber dann eine Rolle zu spielen, wenn ein Anschluß an das Programm SPICE mit den später zu diskutierenden SPICE-Parameter hergestellt werden soll. Die Schnittstelle zu der uns geläufigen Vierpoltheorie tritt auf, wenn die Großsignalmodelle auf den Kleinsignalfall spezialisiert werden. Das Großsignalmodell liefert dann ein Kleinsignal-Transistorersatzbild mit y-Parameter, die man grundsätzlich messen könnte. Wir interessieren uns daher jetzt für die Kleinsignalersatzbilder eines Bipolartransistors.

b) einfachstes Kleinsignalersatzbild

Das Kleinsignalwechselstrom-Ersatzbild nach Bild 2.10 b) stellt das Ergebnis einfacher physikalischer Überlegungen an einem Transistor dar. Teilbild c) ist mit Teilbild b) gleichwertig, nur sind die international üblichen Bezeichnungen eingeführt worden: Am Arbeitspunkt I_C - folgt in der einfachsten Näherung die **Steilheit g_m des Transistors** aus (2.24), wobei $U_T = KT/e$ die Temperaturspannung angibt.

$$g_m = I_{C-} / U_T \quad (2.24)$$

Für gleichen Kollektorgleichstrom haben in dieser sehr einfachen Näherung alle nur denkbaren Bipolartransistoren dieselbe Steilheit g_m . Die erste individuelle Eigenschaft stellt in Bild 2.10 c) die **Wechselstromverstärkung β** dar. Für gegebenes β folgt hier der **Eingangsleitwert $g_{b'e}$** aus (2.25).

$$g_{b'e} = g_m / \beta \quad (2.25)$$

c) Hochfrequenzersatzschaltbild

In der bisherigen Näherung haben alle existierenden Transistoren, die auf gleichen Kollektorgleichstrom I_C eingestellt sind, gleiche Eigenschaften, solange sie nur gleiches β aufweisen. Solche drastischen Näherungen sind in der Elektronik im allgemeinen unzulässig.

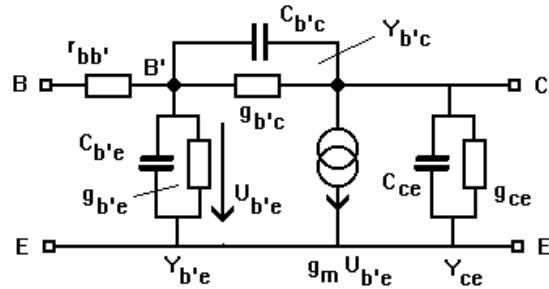


Bild 2.11 HF-Bipolartransistorersatzbild

Bild 2.11 zeigt ein erweitertes Ersatzbild, bei dem zwischen äußerem Basisanschluß B und innerem Basisanschluß B' der Basisbahnwiderstand $r_{bb'}$ geschaltet ist. Parallel zu $g_{b'e}$ liegt die Kapazität $C_{b'e}$ bestehend aus der Diffusionskapazität, die hauptsächlich vom Gleichstrom I_C abhängt und der Sperrschichtkapazität, die bei der Basis-Emitterdiode auch in Flußrichtung wirkt, aber um etwa eine Größenordnung kleiner als die Diffusionskapazität ist. Nun gilt:

Die Basis-Kollektorkapazität $C_{b'c}$ spielt ebenso wie $C_{b'e}$ für die HF-Eigenschaften eine sehr große Rolle

Das Ersatzbild enthält noch weitere Werte, die sich physikalisch interpretieren lassen. Die entscheidende Frage lautet aber, wie die Ersatzbildwerte bestimmt werden können.

d) Umrechnung zwischen y-Parametern und Hochfrequenzersatzschaltbild

Man könnte sich also fragen, wie die Kleinsignalersatzbildwerte nach Bild 2.11 aus den y-Parametern, aber auch wie umgekehrt die y-Parameter aus den Kleinsignalersatzwerten bestimmt werden. Tabelle 2.4 a) gibt an, wie man aus dem 5-Elemente-Ersatzbild nach Bild 2.11 die y-Parameter bestimmt. Kehrt man diese 4 Gleichungen für $y_{11,12,21,22}$ um, hat man nur 4 Gleichungen für die 5 Unbekannten $Y_{b'e}$, $Y_{b'c}$, $r_{bb'}$, g_m und Y_{ce} . Da nun beim Bipolartransistor Y_{ce} klein ist, könnte man bei Bipolartransistoren $Y_{ce}=0$ setzen und das nichtlineare Gleichungssystem auflösen. Das Ergebnis dieser aufwendigen Rechnung zeigt Tabelle 2.4 b).

a) y-Parameter aus Ersatzbildwerten		b) Ersatzbildwerte aus y-Parametern		c) Ersatzbildwerte aus Einfachangaben	
y-Parameter	Ersatzbildwerte nach Bild 2.11 gegeben	Ersatzbildwerte für $Y_{ce} = 0$	y-Parameter von Bild 2.11 gegeben	I_C , β und evtl. f_T u. $C_{b'c}$ gegeben	
y_{11}	$\frac{1}{A}(Y_{b'e} + Y_{b'c})$	g_m	$\frac{\Delta (y_{12} - y_{21})}{y_{12}(y_{11} + y_{21})}$	I_C / U_T mit $U_T = KT/e$	
y_{12}	$\frac{-Y_{b'c}}{A}$	$r_{bb'}$	$\frac{y_{22} + y_{12}}{\Delta}$	Null setzen	
y_{21}	$\frac{1}{A}(g_m - Y_{b'c})$	$Y_{b'e} =$ $g_{b'e} + j\omega C_{b'e}$	$\frac{-\Delta (y_{11} + y_{12})}{y_{12}(y_{11} + y_{21})}$	$g_{b'e} = g_m / \beta$ $C_{b'e} = \frac{g_m}{2\pi f_T} - C_{b'c}$	
y_{22}	$Y_{ce} + \frac{r_{bb'} Y_{b'c}}{A} (g_m + Y_{b'e} + \frac{1}{r_{bb'}})$	$Y_{b'c} =$ $g_{b'c} + j\omega C_{b'c}$	$\frac{\Delta}{y_{11} + y_{21}}$	$C_{b'c}$ evtl. direkt geg.	
mit $A =$	$1 + r_{bb'} (Y_{b'e} + Y_{b'c})$	mit $\Delta =$	$y_{11} y_{22} - y_{12} y_{21}$		

Tabelle 2.4 a) y-Parameterberechnung für den Bipolartransistor aus den 5 Ersatzschaltbildwerten $r_{bb'}$, $Y_{b'e}$, $Y_{b'c}$, Y_{ce} und g_m nach Bild 2.11; [hp48/49: in TWOP mit DATT]
 b) exakte, umgekehrte Bestimmung der 4 Ersatzschaltbildwerte $r_{bb'}$, $Y_{b'e}$, $Y_{b'c}$ und g_m aus gegebenen y-Parametern unter der Annahme $Y_{ce}=0$ [in TWOP mit CBPT in YG]
 c) Ersatzbildwerte aus einfachen Datenblattangaben Quelle: FH Mannheim

Zur Herleitung der Gleichungen nach Tabelle 2.4a) sind von der Schaltung in Bild 2.11 die y -Parameter zu bestimmen, was nicht ganz einfach ist. Eine Übungsaufgabe beschäftigt sich mit dieser Frage für den Sonderfall $Y_{b'c}=0$. Die in Tabelle 2.4 b) angegebene, exakte umgekehrte Auflösung des nichtlinearen Gleichungssystems aus Tabelle 2.4 a) ist schwierig.

e) Transistorersatzbild aus Einfachangaben im Datenblatt

Tabelle 2.4 c) geht davon aus, daß nur minimale Daten zum Transistor vorliegen. In diesem Fall kann zunächst nach (2.24) und (2.25) die Transistorsteilheit g_m aus dem Kollektorgleichstrom I_c und $g_{b'e}$ aus der Stromverstärkung β abgeschätzt werden.

Als nächste Größe wird die oft gegebene **Transitfrequenz f_T** genutzt: Bei einem Vierpol ist die Transitfrequenz diejenige Frequenz, bei der der Betrag der Kurzschlußstromverstärkung v_i nach (2.21) auf Eins abgefallen ist. Mit (2.16) und (2.18) liefert die Bedingung $|v_i| = 1$ bei $f=f_T$ und $Z_L=1/Y_L=0$ die **allgemeine Definition der Transitfrequenz eines Vierpols**. Mit

$$\lim_{Y_L \rightarrow \infty} \left| \frac{y_{21} Y_L}{y_{11} (y_{22} + Y_L) - y_{21} y_{12}} \right| = 1 \quad \text{bei } f = f_T$$

errechnet sich f_T aus: $|y_{21} / y_{11}| = 1$ bei $f = f_T$ (2.26)

Die Transitfrequenz des Bipolartransistors nach Bild 2.11 wird nun mit Bild 2.12 bestimmt, um aus gegebenem f_T die nächste Ersatzbildgröße, nämlich $C_{b'e}$, abzuschätzen. An den Knoten B' und C gelten in Bild 2.12 nachfolgende Strombilanzen:

$$Y_{b'e} \underline{U}_{b'e} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 - g_m \underline{U}_{b'e} \quad (\text{bei B'}) \quad \text{und} \quad Y_{b'c} \underline{U}_{b'e} + \underline{I}_2 = g_m \underline{U}_{b'e} \quad (\text{bei C}).$$

Eliminiert man $\underline{U}_{b'e}$, ergibt sich die Stromverstärkung $v_i = \underline{I}_2 / \underline{I}_1 = (g_m - Y_{b'c}) / (Y_{b'e} + Y_{b'c})$ des Ersatzbildes. Bei praktischen Transistoren ist $g_m \gg Y_{b'c}$. Mit $Y_{b'e} = g_{b'e} + j\omega C_{b'e}$ und $Y_{b'c} = g_{b'c} + j\omega C_{b'c}$ wird

$$v_i \approx \frac{g_m}{g_{b'e} + g_{b'c} + j\omega(C_{b'e} + C_{b'c})} \quad \text{oder für sehr große } \omega : \quad v_i \approx \frac{g_m}{j\omega(C_{b'e} + C_{b'c})}$$

Die Stromverstärkung $|v_i|$ ist bei $f=f_T$, einer Frequenz, die *weit* oberhalb der 3dB-Grenzfrequenz liegt, auf Eins abgefallen. Damit gilt $g_m = 2\pi f_T (C_{b'e} + C_{b'c})$, und es ergibt sich die durch das Ersatzbild des Bipolartransistors bestimmte **Transitfrequenz f_T** nach (2.27). Diese Gleichung setzt aber voraus, daß g_m und f_T bei gleichem I_c bestimmt wurden und daß das Ersatzbild bis zu der sehr hohen Frequenz f_T noch gilt, was oft nicht der Fall ist.

$$f_T \approx \frac{g_m}{2\pi(C_{b'e} + C_{b'c})} \quad (2.27)$$

Geht man aber davon aus, daß all diese Voraussetzungen erfüllt sind, und kennt man aus einem einfachen Datenblatt f_T , könnte (2.27) entsprechend Tabelle 2.4 c) nach $C_{b'e}$ aufgelöst und dieser Ersatzbildwert $C_{b'e}$ dann bestimmt werden. Falls $C_{b'c}$ hierbei nicht bekannt ist, spielt dies gegenüber dem meist deutlich größerem $C_{b'e}$ in (2.27) keine Rolle. Wichtig ist $C_{b'c}$ aber dennoch als Ersatzbildgröße zwischen den Knoten B' und C, weil die Kapazität nach dem Millereffekt, der im Anhang sehr genau dargelegt ist, am Eingang verstärkt wirkt. Oft steht eine Größe mit der verschwommenen Bezeichnung „Rückwirkungskapazität oder Rückkopplungskapazität“ im Datenblatt. Man kann dann überschlägig diese Größe mit $C_{b'c}$ identifizieren. Statt β gibt das Datenblatt manchmal auch in nicht korrekter Weise einen Wert h_{21} oder h_{fe} an, womit die Gleichstromverstärkung gemeint ist; h_{21} ist tatsächlich die komplexe Kurzschlußwechselstromverstärkung in (2.3), die nach Tabelle 2.3 b) proportional zu s_{21} ist.

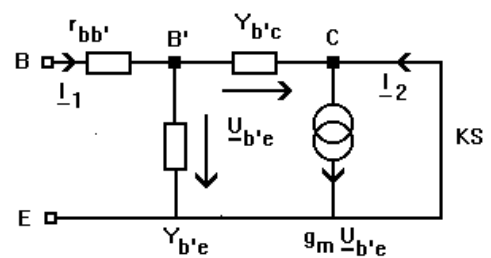


Bild 2.12 Berechnung der Kurzschlußstromverstärkung

f) Gummel-Poon-Modell: Bestimmung arbeitspunktangepaßter SPICE-Parameter

Der eigentliche Grund für die Bestimmung der Ersatzbildwerte ist der Wunsch, eine Modellbildung für Transistoren in Netzwerkanalyseprogrammen zu ermöglichen. Alle Bauelemente werden dort durch Modelle mit einer großen Zahl physikalisch begründeter **Großsignalgleichungen** beschrieben. Bei den Transistormodellen spielt für den Bipolartransistor das im Anhang erklärte Gummel-Poon-Modell eine besondere Rolle.

SPICE ist das bekannteste Netzwerkanalyseprogramm.

**Die SPICE-Parameter sind dabei Konstanten,
die die Gleichungen in SPICE „biegsam“ machen.**

Zur Bestimmung einiger SPICE-Parameter wird hier folgendermaßen vorgegangen:

Da das SPICE-Kleinsignalersatzbild die Form nach Bild 2.11 hat, werden die SPICE-Parameter so bestimmt, daß am betrachteten Arbeitspunkt gilt:

**SPICE-Kleinsignalersatzbild = Kleinsignalersatzbild nach Bild 2.11,
das nach Tabelle 2.4 b) aus y-Parametern folgt**

Diese Angleichung ergibt nach Anhang B **6 arbeitspunktangepaßte SPICE-Parameter:**

$TF = C_{b'e} / g_m$	Transitflugzeit
$RB = RBM = r_{bb'}$	Basisbahnwiderstand für kleine Ströme
$CJC = C_{b'c} (1 - U_{b'c} / 0,75 \text{ V})^{1/3}$	Basis-Kollektor-Sperrschichtkap. bei 0 V mit $C_{b'c}$ = Ersatzbildwert bei $U_{b'c} = - (U_{ce} - 0,75 \text{ V})$
$NF = \frac{I_{C-} / 25,8643 \text{ mV}}{g_m}$	Diodenexponent ($T = 27,00^\circ \text{ C}$)
$BF = g_m / g_{b'e}$	Stromverstärkung
$IS = \frac{I_{C-}}{\exp\left[\frac{U_{BE-}}{NF \cdot 25,8643 \text{ mV}}\right] - 1}$	Sättigungsstrom ($T = 27,00^\circ \text{ C}$)

Quelle: FH Mannheim

g) Beispiel für Ersatzbildbestimmung mit TWOP

geg: BF 237/8 (Texas Instruments Katalog 1982 S. 4-141) mit folgenden Daten am Arbeitspunkt $I_C = 1 \text{ mA}$ und $U_{CE} = 10 \text{ V}$ für $f = 10,7 \text{ MHz}$:
 $y_{11} = (0,4 + j 0,65) \text{ mS}$; $y_{12} = -j 20,5 \text{ } \mu\text{S}$; $y_{21} = 33 \text{ mS} / -4^\circ$; $y_{22} = (7 + j 85) \text{ } \mu\text{S}$
 Einfachangaben: $h_{fe} = 103$; $f_T = 500 \text{ MHz}$; Rückkopplungskapazität = $0,31 \text{ pF}$

DATY y-Parameter eingeben in Programm TWOP

YG Verzeichniswechsel: in YG wird Tabelle 2.4 b) ausgerechnet

CBPT Ersatzbildwerte nach Tabelle 2.4 b) aus y_{ij} berechnen und auslesen:

$r_{bb'} = (90,3 - j10,5) \Omega$; $Y_{b'e} = (0,379 + j 0,679) \text{ mS}$: d.h. $g_{b'e} = 0,379 \text{ mS}$ und $C_{b'e} = 10,1 \text{ pF}$

$g_m = 34,4 \text{ mS} / -0,7^\circ$; $Y_{b'c} = (-1,2 + j 21,4) \text{ } \mu\text{S}$; d.h. $C_{b'c} = 0,32 \text{ pF}$

Aus den Einfachangaben lassen sich nach Tabelle 2.4 c) von Hand folgende Werte berechnen:

$g_m = 1 \text{ mA} / 25,86 \text{ mV} = 38,7 \text{ mS} / 0^\circ$; $g_{b'e} = g_m / 103 = 0,375 \text{ mS}$; $C_{b'c} = 0,31 \text{ pF}$;

$C_{b'e} = g_m / (2\pi f_T) - C_{b'c} = 12,0 \text{ pF}$.

h) PSPICE-Schaltungsbeispiel mit SPICE-Parameterbestimmung über TWOP

Am Arbeitspunkt 1 mA / 10 V bestimmt man mit TWOP zunächst die SPICE-Parameter:

SPICE Verzeichnis wechseln und Arbeitspunktwerte eingeben:

IC= I_C = 1E-3; UCE= U_{CE} = 10; UBE=U_{BE} =0,75 (geschätzt); FREQ= f= 10,7E6

CALCT mit diesem Befehl wird intern das Ersatzbild (schon bekannt) bestimmt und arbeitspunktangepaßte SPICE-Parameter nach (2.28) berechnet:

NF=1,1234; BF= 90,76; CJC = 0,753 pF; TF=293,7 ps; RB= 90,3; IS= 6,143 fA.

Nun wird der Transistor nach Bild 2.13 so eingebaut, daß er bei 1mA/10V arbeitet.

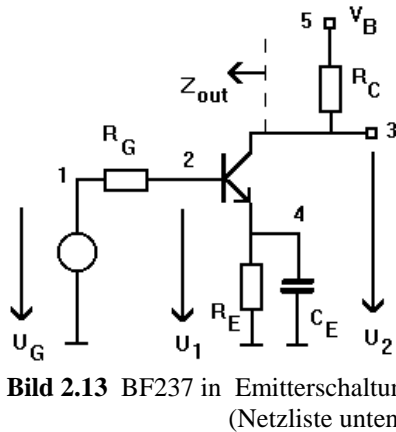


Bild 2.13 BF237 in Emitterschaltung (Netzliste unten)

* Netzliste

RG 1 2 50

Q1 3 2 4 BF237

RE 4 0 4.7K

CE 4 0 1m

RC 5 3 1K

VB 5 0 DC 15.7

VG 1 0 DC 5.45 AC 0.1

.OP ; Arbeitspktinfo ausgeben

.MODEL BF237 NPN(NF= 1.12344

+ CJC=0.7528p TF=293.72p

+ RB=90.33 IS=6.143f BF=90.76)

.AC LIN 10 10E6 11E6

.END

Operating Point Information

=Arbeitspkt. aus PSPICE

NAME	Q1	Bezeichnung
MODEL	BF237	im Text

IB	1.09E-05	I _B
IC	9.89E-04	I _C
VBE	7.51E-01	U _{BE}
VBC	-9.26E+00	
VCE	1.00E+01	U _{CE}
BETADC	9.08E+01	β
GM	3.40E-02	g _m
RPI	2.67E+03	1/g _{b'e}
RX	9.03E+01	r _{bb'}
RO	1.00E+12	1/g _{ce}
CBE	1.00E-11	C _{b'e}
CBC	3.20E-13	C _{b'c}
CBX	0.00E+00	
CJS	0.00E+00	
BETAAC	9.08E+01	
FT	5.25E+08	f _T

Gegenprüfung

in g) berechnete

bzw. nach h) zu erwartende Werte

1mA / BF = 11 μA

1 mA

0.75 V

10 V

BF=90.76

34,4 mS

2.64 KΩ

90.33 Ω

unendlich

10.1 pF

0.32 pF

Tabelle 2.5 PSPICE-Netzliste mit Bauelementewerten und Transistormodell für Bild 2.13

Tabelle 2.6 Test der Gleichheit zwischen PSPICE-Ersatzbild und Ersatzbild aus y-Parametern für Bild 2.13 mit PSPICE-Abdruck nach Tabelle 2.5

Das Entscheidende am SPICE-File nach Tabelle 2.5 ist die Zeile mit den Modellparametern. Tabelle 2.6 zeigt nun, ob der Arbeitspunkt mit der gewählten Beschaltung getroffen wurde und welche Kleinsignalersatzbildwerte in SPICE auftreten. Die Gegenprüfung ergibt, daß das Verfahren ausgezeichnet funktioniert hat. Details sind Anhang B zu entnehmen.

Nachdem man sich nun einigermaßen sicher ist, daß Arbeitspunkt und Kleinsignalersatzbild stimmen, könnte man z.B. bei 10,7 MHz die Spannungsverstärkungen und den Ausgangswiderstand einmal nach dem Gummel-Poon-Modell mit obigen SPICE-Parametern in PSPICE bestimmen und zum Vergleich die Werte exakt über die y-Parameter nach den Gleichungen (2.16), (2.19) und (2.20) errechnen. Die praktische Ausrechnung erfolgt im 1. Fall über PSPICE mit dem File nach Tab. 2.5, im 2. Fall wieder wie in Kap. 2.1.11 über das Programm TWOP. Der nachfolgende Vergleich der Ergebnisse zeigt eine exzellente Übereinstimmung.

Methode	$v = V(3)/V(1)$	$v_u = V(3)/V(2)$	Z_{out}
exakt über y-Param.	31.8 / 167.5 °	32.65 / 171.2°	8 444 Ω / -85,0°
TWOP- SPICE-Modell	31.7 / 168.0 °	32.61 / 171.6°	8 428 Ω / -85,6°

Vergleich v , v_u und Z_{out} in Bild 2.13 auf der Basis von y-Parametern einerseits und dem Gummel-Poon-Modell mit SPICE-Parametern, die von TWOP aus (2.28) und Tab. 2.4 b) bestimmt wurden, andererseits.